1) تجزیه QR ماتریس را محاسبه کنید.

پاسخ:

همانطور که مشاهده می شود، ستون های ماتریس A مستقل خطی است. برای تجزیه ماتریس به فرم باید در ابتدا یک پایه orthonormal برای فضای پیدا کرد. برای این کار می توانیم از الگوریتم Gram-Schmidt استفاده کنیم.

بردار های مستقل ما به شکل زیر می باشد.

طبق الگوریتم Gram-Schmidt داریم:

خب تا به این جا بردار های orthogonal را محاسبه کرده ایم.

اما برای محاسبه Q لازم است که پایه orthogonal حاصل را به یک پایه orthonormal تبدیل کنیم. برای این کار لازم است که هر یک از بردار ها را normalize کنیم.

خب حال که یک پایه orthonormal برای پیدا کردیم، می توانیم ماتریس را تشکیل دهیم.

حال که را به دست آوردیم، باید را محاسبه کنیم. برای محاسبه این ماتریس، از آن جایی که ماتریس یک ماتریس با ستون های orthonormal است پس بنا به قضیه 6 کتاب، . پس می توان رابطه تجزیه QR را به صورت زیر نوشت و با محاسبه یک ضرب ماتریس، را محاسبه کرد.

2) فرض کنید که ماتریس یک ماتریس باشد به گونه ای که وارون پذیر می باشد. نشان دهید که در این صورت ستون های ماتریس ، مستقل خطی می باشند.

پاسخ:

فرض کنید که معادله را داریم. در صورتی که در دو سمت معادله از سمت چپ ماتریس را ضرب کنیم خواهیم داشت از آنجایی که ماتریس وارون پذیر است، بنابراین می توان گفت . بنابراین معادله تنها یک جواب بدیهی دارد پس بنابراین طبق تعریف استقلال خطی، ستون های ماتریس مستقل خطی خواهند بود.

صحیح غلط:

1) در صورتی که در معادله ، یک بردار orthogonal نسبت به تمامی بردار های ستونی ماتریس باشد، آنگاه جواب least squares برای این معادله تمامی بردار های خواهند بود که .

پاسخ:

درست، در صورتی که بردار بر تمامی بردار های ستونی ماتریس عمود باشد، آنگاه تصویر بردار بر روی برابر باشد. پس بنابراین می توان جواب مساله least squares را به صورت می توان نوشت.

2) هر ماتریس دلخواهی را می توان به فرم تجزیه QR نوشت.

پاسخ:

نادرست، همانطور که در تعریف نیز مشاهده می شود، این تعریف برای ماتریس های با ستون های مستقل خطی تعریف شده است و اعمال این تجزیه، بر روی تمامی ماتریس ها امکان پذیر نیست.